[S] TP n°4 – Spectrométrie (4h)

L'étude du spectre de raies des atomes a été un pas de plus sur le chemin de la mécanique quantique. Niels Bohr a proposé en 1913 une explication à la structure de ces spectres (spectres de raies) par la quantification des échanges d'énergie entre plusieurs niveaux d'énergie. Les raies émises par les atomes ont une fréquence $\nu_{nm} = \dfrac{\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m}{h}$ lorsqu'un électron passe de l'état n à l'état m (où h est la constante de Planck). Ces fréquences sont caractéristiques d'un seul et unique élément chimique.

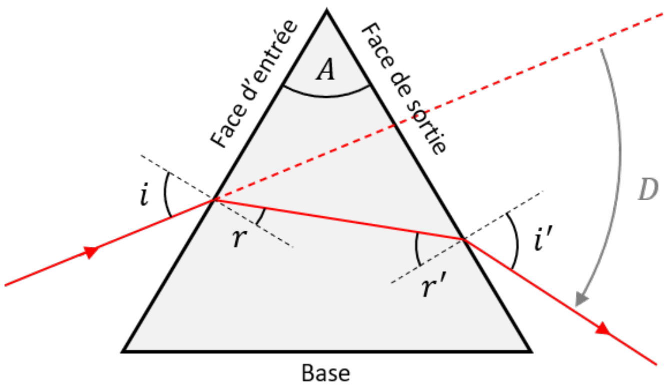
L'étude du spectre d'émission d'une étoile ou d'un objet permet donc d'étudier sa composition, en comparant les longueurs d'onde des raies observées à celles indiquées sur un spectre de référence.

Le but de ce TP est d'utiliser un dispositif permettant d'observer un spectre et de mesurer la longueur d'onde d'une raie inconnue. Lors de la première séance, nous utiliserons un prisme. Lors de la seconde séance, nous utiliserons un goniomètre à réseau.

I) Étude théorique – prisme

1) Déviation de la lumière par un prisme

Le prisme est un dièdre d'angle A, formé par l'association de deux dioptres plans air/verre et verre/air (les faces utiles du prisme). La troisième face est appelée base du prisme. On notera n l'indice du verre. Les rayons lumineux envoyés sur le prisme se réfractent successivement sur ses deux faces.



Les lois de Snell-Descartes imposent les deux relations :

$$\sin(i) = n\,\sin(r) \quad \text{et} \quad \sin(i') = n\,\sin(r')$$

De plus, dans le triangle formé par la face d'entrée, la face de sortie, et le rayon lumineux à l'intérieur du prisme, on a la relation :

$$A = r + r'$$

On en déduit la déviation du rayon lumineux, somme de la déviation au niveau des faces d'entrée et de sortie.

$$D = D_e + D_s = (i - r) + (i' - r') = i + i' - A$$

2) Condition d'émergence

Si le rayon émerge du prisme, c'est qu'il n'y a pas réflexion totale sur la face de sortie. La condition d'émergence s'écrit donc :

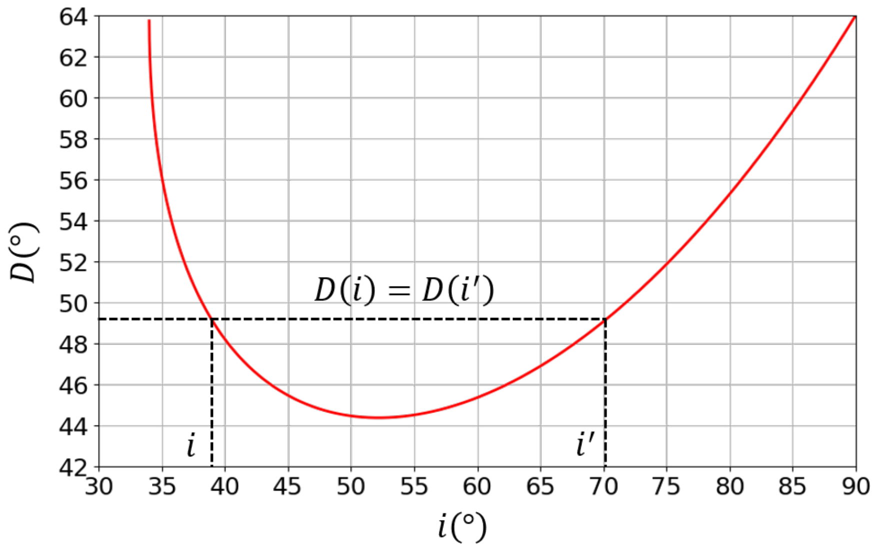
$$\sin(i') = n\,\sin(r') < 1 \quad \Rightarrow \quad r' < \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) \quad \Rightarrow \quad r > A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

Or,

$$\sin(i) = n\,\sin(r) \quad \Rightarrow \quad \boxed{i > i_{\min} = \arcsin\left(n\,\sin\left(A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right)\right)}$$

3) Minimum de déviation

En utilisant le principe de retour inverse de la lumière, on justifie que les deux angles i et i' conduisent à la même déviation D. En conséquence, D passe par un extremum lorsque $i = i'$. L'étude complète de la fonction $D(i)$ montrerait qu'il s'agit d'un minimum.



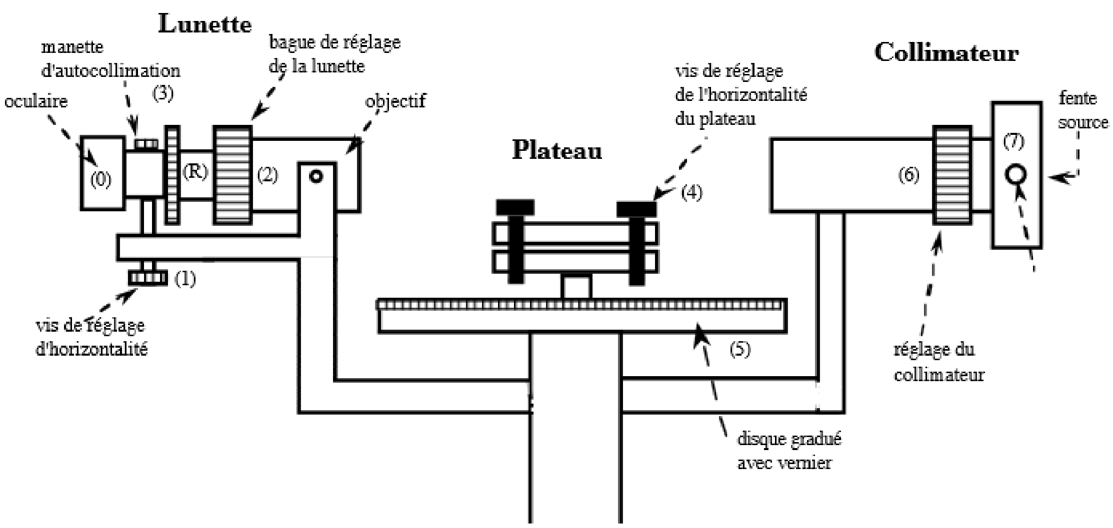
Au minimum de déviation :

$$i = i' = \frac{D+A}{2} \quad \text{et} \quad r = r' = \frac{A}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sin\left(\frac{D+A}{2}\right) = n\,\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

II) Réglage du goniomètre

1) Lecture d'un angle

Pour repérer précisément des angles en optique, on utilise un appareil qui s'appelle un goniomètre. Il s'agit d'un disque gradué au centre duquel une plate-forme mobile peut tourner autour d'un axe vertical.

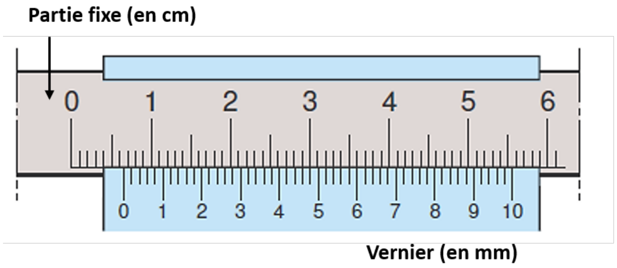


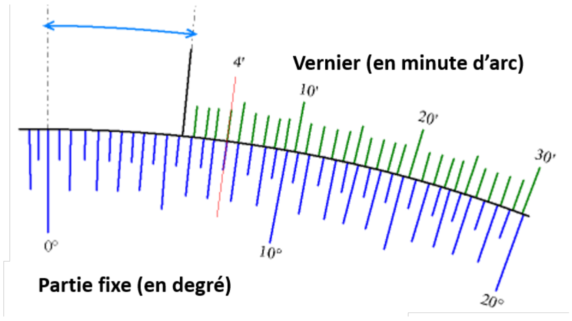
Sur un goniomètre de TP, les angles sont mesurées à une minute d'arc près (rappel : $1° = 60'$), en utilisant le disque gradué (partie fixe) et un vernier (partie mobile). La mesure d'un angle de la lunette se fait en deux étapes :

- Repérer le 0 du vernier : le trait de la partie fixe immédiatement avant donne une première mesure m_1.
- Repérer ensuite le trait du vernier qui se trouve en face d'un trait de la partie fixe : ce trait du vernier donne une deuxième mesure m_2.

La mesure finale s'écrit $m = m_1 + m_2$.

🏠 Dans les deux exemples ci-dessous, donnée la valeur mesurée par l'appareil de mesure (longueur à gauche, angle à droite.

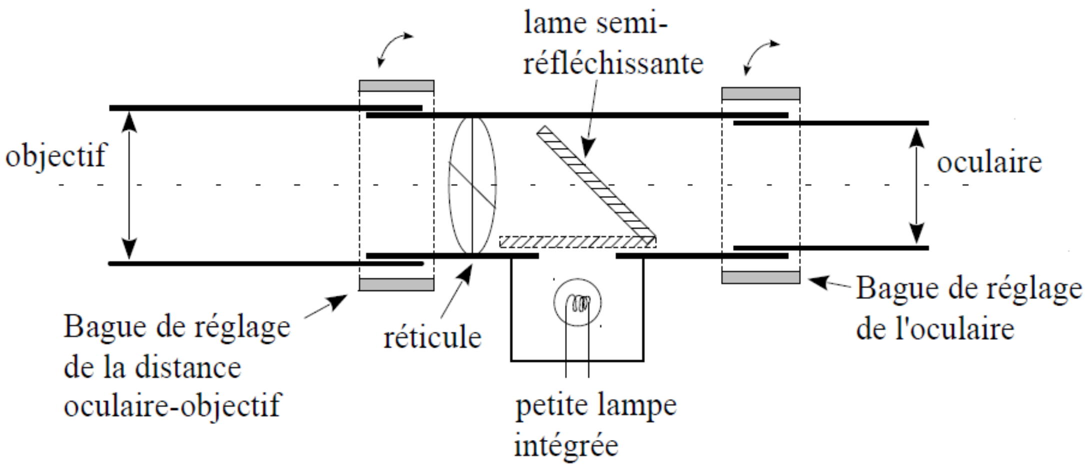




2) Réglage de la lunette autocollimatrice

La lunette autocollimatrice est une lunette de visée à l'infini (c'est une « lunette astronomique » vue dans le chapitre O3). Elle permet d'observer sans accommoder des objets situés à l'infini.

Pour la régler facilement, on lui a ajouté une lame semi-réfléchissante entre l'oculaire et le réticule, et une petite lampe intégrée. La lame semi-réfléchissante est escamotable (on peut la mettre ou l'enlever) à l'aide d'un bouton latéral. La petite lampe intégrée et la lame semi-réfléchissante servent à éclairer le réticule pour en faire un objet lumineux.



Nous allons d'abord régler la distance oculaire-réticule pour voir le réticule net, sans accommoder (un œil regardant à l'infini, placé devant la lunette, doit s'accrocher directement sur le réticule sans effort, si le réglage est correct) ; pour un œil normal, le réticule est alors dans le plan focal objet de l'oculaire.

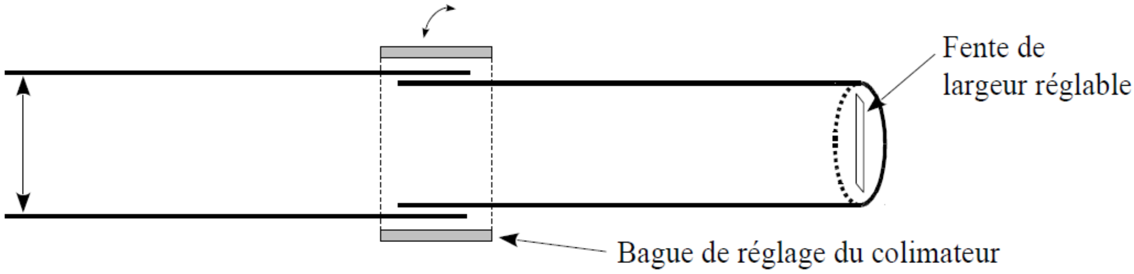
Nous allons ensuite régler la distance objectif-réticule pour que le réticule soit dans ce plan focal image de l'objectif.

Une fois la lunette réglée pour un utilisateur, si un autre utilisateur de vue différente veut la régler à sa vue, il lui suffit de modifier la distance oculaire-réticule (bague de réglage de l'oculaire) pour avoir une image nette. **La distance objectif-réticule ne doit surtout plus varier**.

⚙ Régler la lunette autocollimatrice en suivant le protocole ci-dessous.
- Allumer la petite lampe intégrée et mettre la lame semi-réfléchissante (position à 45°).
- Tourner la bague de réglage de l'oculaire afin de voir nettement le réticule.
- Accoler un miroir plan à l'objectif.
- Tourner la bague de réglage de la distance oculaire-objectif afin de voir le réticule et son image nets.
- Enlever le miroir plan et retirer la lame semi-réfléchissante (position horizontale) de la lunette autocollimatrice.

3) Réglage du collimateur

Le collimateur est composé d'une fente de largeur réglable et d'une lentille convergente. En plaçant la fente dans le plan focal de la lentille, on simule un objet lumineux à l'infini.



La lunette précédemment réglée permet de voir sans accommoder des objets situés à l'infini. Le collimateur sera réglé lorsque la fente sera vue nettement par la lunette de visée.

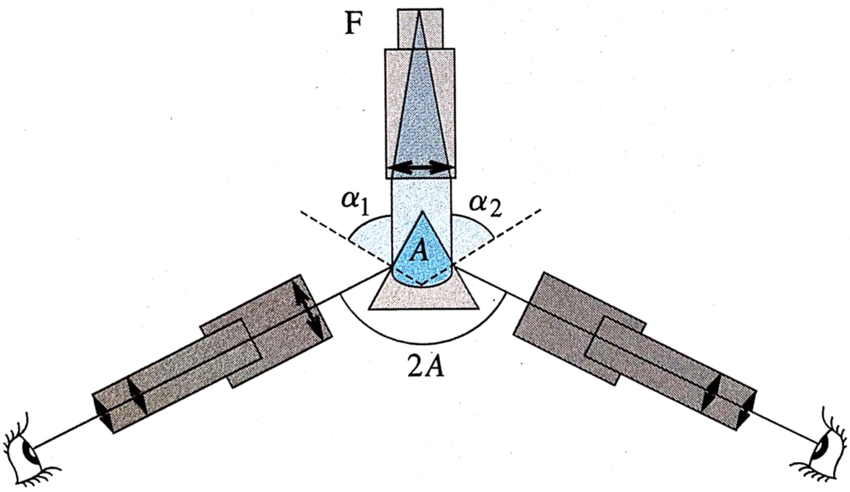
Régler le collimateur en suivant le protocole ci-dessous.

- Allumer la lampe et mettre la lame semi-réfléchissante de la lunette autocollimatrice.
- Placer une source de lumière devant la fente et régler sa largeur au maximum de finesse permettant de voir les bords de la fente nets.
- Tourner la bague de réglage du collimateur de manière à voir la fente et le réticule nets dans le même plan.
- Retirer la lame semi-réfléchissante de la lunette autocollimatrice et augmenter légèrement l'ouverture de la fente pour laisser passer plus de lumière.

III) Mesures expérimentales – prisme

1) Mesure de l'angle au sommet A du prisme

Le plateau est orienté de façon à ce que le faisceau envoyé par le collimateur éclaire les deux faces du prisme. Si l'angle d'incidence sur la première face est α_1, alors l'angle d'incidence sur la seconde face est $\alpha_2 = \pi - A - \alpha_1$, donc l'angle entre les faisceaux réfléchis de part et d'autre vaut $2\pi - 2\alpha_1 - 2\alpha_2 = 2A$. En visant successivement les deux images réfléchies de la fente source (que nous aurons préalablement repérées à l'œil nu), nous obtenons deux positions de la lunette distantes de $2A$.

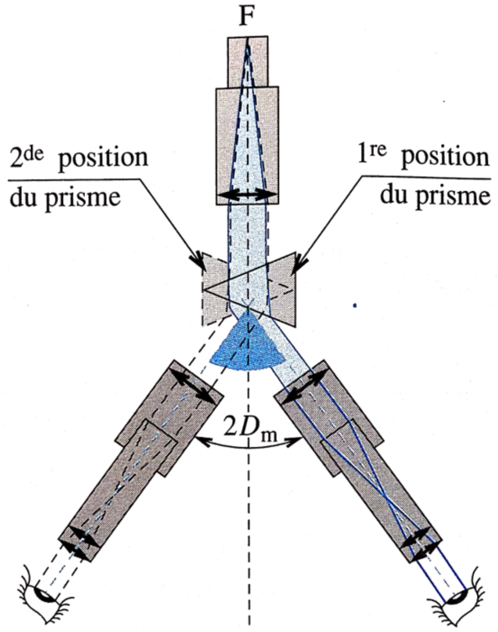


Éclairer la fente du collimateur avec une lampe spectrale à vapeur de sodium. Observer successivement dans la lunette les deux images données par les faisceaux réfléchis sur chacune des deux faces du prisme (coïncidence entre l'axe vertical du réticule et l'image de la fente). Déterminer A ainsi que son incertitude-type associée.

2) Mesure du minimum de déviation D_m

Tournons le prisme de façon à faire varier l'angle d'incidence i de i_{min} à $\pi/2$ en suivant l'image de la fente du collimateur donnée par le prisme en suivant d'abord à l'œil nu. Nous constatons que le déplacement d'image change de sens : l'angle de déviation diminue, puis il augmente. Nous pouvons repérer ainsi à l'œil nu le minimum de déviation.

Positionnons le prisme au minimum de déviation, toujours à l'œil nu. Observons maintenant ce minimum à l'aide de la lunette et réglons de manière plus précise la position du prisme au minimum de déviation. Nous devons effectuer cette manipulation pour les deux positions symétriques du prisme indiquée sur le document ci-dessous. Nous aurons tourné la lunette de $2D_m$, entre les deux positions correspondant à la déviation minimale.



- Éclairer la fente avec la source à vapeur de sodium et opérer d'abord avec une fente large. Utiliser la raie jaune du sodium, pour laquelle on donne : $\lambda_j = 589{,}3$ nm. Observer successivement dans la lunette la position du minimum de déviation dans les deux configurations du prisme. Déterminer D_m ainsi que son incertitude-type associée.

3) Mesure de la courbe de dispersion

On utilisera comme source lumineuse une lampe spectrale dont les longueurs d'onde des raies d'émission sont connues (cf. fin de l'énoncé). L'étude expérimentale montre que l'indice n dépend de la longueur d'onde suivant la la loi de Cauchy (B et C sont des constantes) :

$$n = B + \frac{C}{\lambda^2}$$

Chaque longueur d'onde subira une déviation différente et donnera donc une image distincte de la fente source en sortie du prisme (observable à travers la lunette). On peut mesurer D_m à l'aide du goniomètre, on en déduit alors l'indice du prisme pour la longueur d'onde considérée :

$$n = \frac{\sin\left(\dfrac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$$

- Vérifier la loi de Cauchy à l'aide des différentes lampes spectrales mises à votre disposition. Obtenir les valeurs de B et C à l'aide d'une régression linéaire (logiciel Regressi).

4) Spectrométrie

La spectrométrie à pour but l'analyse de spectres, ce qui consiste à déterminer les longueurs d'onde (et l'intensité) des diverses raies spectrales présentes dans une lumière polychromatique.

- Déterminer la valeur d'une longueur d'onde inconnue (on fera semblant de ne pas connaître la valeur) à l'aide de la courbe de dispersion obtenus précédemment. Comparer à la valeur théorique.

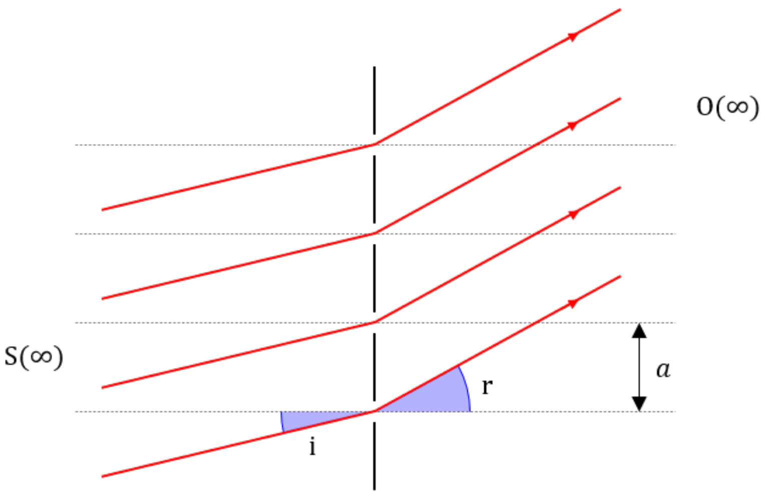
Fin de la première séance

IV) Étude théorique – réseau

1) Formule des réseaux

Un réseau est constitué d'un ensemble de fentes fines de largeur b et distantes d'une longueur a, appelé le pas du réseau. Il s'agit de « fentes d'Young » mais au lieu d'avoir 2 fentes, il possède N fentes, avec N un nombre très grand égal au nombre de fentes éclairées par le faisceau lumineux). Ce dispositif produit ainsi une superposition à N ondes.

Un réseau est caractérisé par son **nombre de traits par unité de longueur** : $\boxed{n = \frac{1}{a}}$



Considérons un réseau éclairé à l'aide d'une source S ponctuelle située à l'infini. La lumière arrive sur le réseau avec un angle d'incidence noté i et est diffractée par chaque fente. On admet qu'un observateur O situé à l'infini dans une direction inclinée d'un angle r par rapport à la normale du réseau observe un signal lumineux monochromatique de longueur d'onde λ si la relation suivante, appelée formule des réseaux, est respectée.

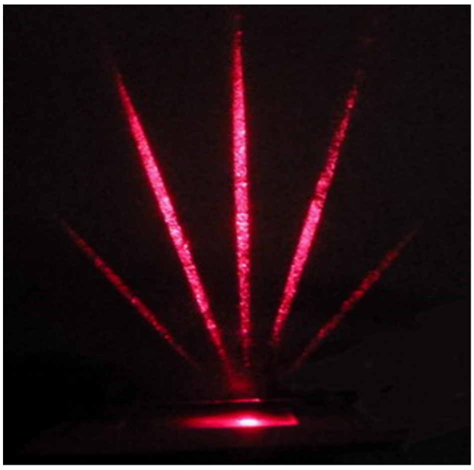
$$\boxed{\sin(r) - \sin(i) = pn\lambda \quad \text{avec :} \quad p \in \mathbb{Z}}$$

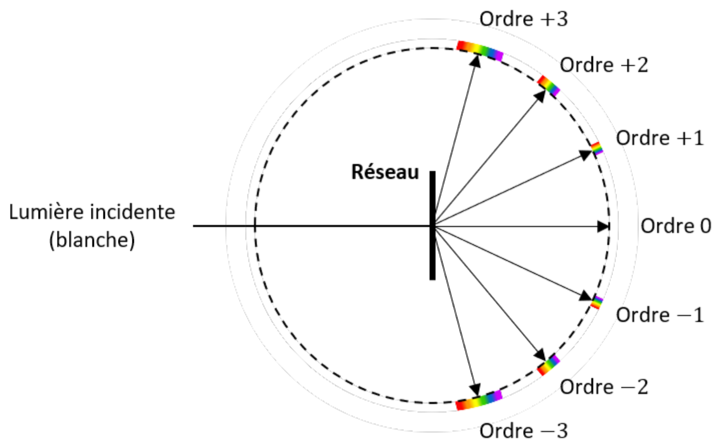
où p s'appelle l'ordre d'interférence.

2) Pouvoir de résolution

La photo de gauche illustre ce qui est observé pour de la lumière rouge (lumière monochromatique), en incidence normale ($i = 0$), à l'aide d'un réseau de $n = 1000$ traits $\cdot$ mm^{-1}. L'image est obtenue par photographie des intersections des faisceaux avec une plaque finement dépolie, ce qui tend à élargir des faisceaux diffractés.

La figure de droite illustre ce qui est observé pour de la lumière blanche (donc polychromatique), en incidence normale ($i = 0$), à l'aide d'un réseau de $n = 850$ traits $\cdot$ mm^{-1}.





Plusieurs observations :

- À l'ordre $p = 0$, la lumière n'est pas dispersée : $i = r$ pour tout λ. On observe donc toutes les longueurs d'onde superposées, c'est-à-dire une lumière de même couleur que celle de la source qui serait observée à l'œil nu, sans réseau.
- Un réseau permet d'obtenir le spectre d'une source (c'est un élément dispersif) en plusieurs exemplaires, contrairement au prisme qui ne donne qu'un seul exemplaire.
- Le pouvoir de résolution du réseau augmente avec n et avec p. Le fait de pouvoir contrôler le pouvoir de résolution est un atout considérable que le prisme ne possède pas.

Détaillons de dernier point.

Le **pouvoir de résolution** d'un spectromètre est son aptitude à séparer deux longueurs d'onde voisines. Considérons deux raies spectrales de longueur d'onde λ_1 et λ_2. Ces deux raies sont observées à des angles :

$$\sin(r_1) = \sin(i) + pn\lambda_1 \quad \text{et} \quad \sin(r_2) = \sin(i) + pn\lambda_2$$

Nous allons raisonner avec des petits angles (i, r_1 et $r_2 \ll 1$ rad), mais les résultats que nous allons établir ici sont également valables pour des grands angles.

Aux petits angles, la différence d'angle entre les deux raies observées vaut :

$$r_1 = i + pn\lambda_1 \quad \text{et} \quad r_2 = i + pn\lambda_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta r = pn\Delta\lambda}$$

Pour augmenter l'écart angulaire Δr entre les deux faisceau d'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$, il est possible :

- pour un réseau (à n fixé), d'observer les raies à un ordre p élevé ;
- de prendre un réseau possédant un plus grand nombre de traits par unité de longueur (n).

🏠 Dans l'approximation des petits angles, calculer pour une observation à l'œil nu le plus petit écart en longueur d'onde $\Delta\lambda_{\min}$ séparable par un réseau possédant $n = 600$ traits $\cdot$ mm^{-1}, à l'ordre $p = 2$. On considérera pour cela que l'écart angulaire minimal $\Delta r_{\min}$ est donné par la limite de résolution de l'œil : $\Delta r_{\min} = 1'$.

V) Mesures expérimentales – réseau

1) Détermination du pas du réseau

⚙ Placer le réseau sur la plate-forme et éclairer la fente avec une lumière blanche. Observer brièvement les spectres visibles. Quels ordres p voit-on ?

⚙ Remplacer la lumière blanche par une lampe spectrale (mercure ou cadmium). Choisir un ordre p et une raie donnée. Tourner lentement le réseau et suivre le déplacement de la raie. Vérifier que l'angle de déviation de la raie passe par un minimum.

Notons r_p^λ l'angle de la lunette lors de l'observation de la raie de longueur d'onde λ, à l'ordre p et au minimum de déviation. Comme pour le prisme, l'écart angulaire entre r_p^λ et r_{-p}^λ vaut $2D_m$.

⚙ Mesurer successivement dans la lunette la position au minimum de déviation pour les ordres p et $-p$ (avec la même λ) puis en déduire D_m.

À partir de la formule des réseaux, on peut montrer que : $\sin\left(\dfrac{D_m}{2}\right) = \dfrac{pn\lambda}{2}$

⚙ En déduire la valeur du nombre de traits par unité de longueur n du réseau utilisé.

2) Spectroscopie sous incidence normale

Afin de réaliser des mesures plus rapidement, nous allons réaliser la suite des mesures en incidence normale ($i = 0$) plutôt qu'au minimum de déviation (configuration qui minimise les incertitudes).

⚙ Régler le réseau sous incidence normale en suivant le protocole ci-dessous.

- Enlever le réseau.
- Placer la lunette de manière à faire coïncider la fente et le trait vertical du réticule.

- ○ Mettre la lame semi-réfléchissante de la lunette autocollimatrice. Placer un miroir collé au réseau, donc parallèle à ce dernier. Le faire pivoter de manière à faire coïncider le trait vertical du réticule et son image par réflexion. Enlever le miroir, sans faire bouger le réseau !
- ○ Retirer la lame semi-réfléchissante de la lunette autocollimatrice. Ne plus toucher à la plate-forme ou au réseau.

⚙ Pour une lampe spectrale choisie et pour l'ordre $p = 2$, mesurer pour chaque raie de longueur d'onde λ l'angle r correspondant. Tracer la courbe $\sin(r) = f(\lambda)$ sur Regressi. En déduire la valeur de n.

⚙ Déterminer la valeur d'une longueur d'onde inconnue (on fera semblant de ne pas connaître la valeur) à l'aide de la courbe de dispersion obtenus précédemment. Comparer à la valeur théorique.

3) Observation du doublet jaune du sodium

L'objectif de cette dernière partie est d'observer que la raie jaune du sodium, qui est en réalité une double raie, appelé doublet jaune du sodium, et de mesurer les longueurs d'onde de ces deux raies.

⚙ Remplacer la lampe par une lampe à vapeur de sodium. Mesurer l'angle r pour les deux raies du doublet jaune. À l'aide de la courbe d'étalonnage, en déduire les longueurs d'onde associées à chacune des raies du doublet, ainsi que l'écart Δr entre les deux raies. Comparer aux valeurs théoriques.

Annexe – Table des principales raies spectrales

Cadmium		
λ (nm)	Couleur perçue	Intensité relative
361,05	Violet	Faible
398,17	Violet	Faible
441,56	Bleu-violet	Moyenne
467,82	Bleu	Forte
480,00	Bleu	Forte
508,58	Vert	Très forte
515,47	Vert	Faible
533,72	Vert	Moyenne
537,87	Vert-jaune	Faible
643,85	Rouge	Très forte

Sodium		
λ (nm)	Couleur perçue	Intensité relative
498,28	Bleu-vert	Très faible
568,82	Jaune-vert	Faible
589,00	Jaune	Très forte
589,60	Jaune	Très forte
615,42	Orange	Très faible
616,07	Orange	Très faible

Mercure		
λ (nm)	Couleur perçue	Intensité relative
404,66	Violet	Forte
410,81	Violet	Faible
434,75	Bleu	Faible
435,83	Bleu	Très forte
491,60	Bleu-vert	Faible-moyenne
496,01	Bleu-vert	Faible
546,07	Vert	Très forte
567,59	Jaune-vert	Faible
577,03	Jaune	Moyenne
579,07	Jaune	Moyenne
615,23	Orange	Faible
623,44	Orange-rouge	Faible